

MËSIMDHËNIA E MATEMATIKËS NËPËRMJET PROBLEMEVE KLASIKE

BEDRI SHASKA AND TANUSH SHASKA

Kushtuar ish-studentëve tanë të të gjitha moshave.

ABSTRACT. In this paper we discuss how teaching of mathematics for middle school and high school students can be improved dramatically when motivation of concepts and ideas is done through the classical problems and the history of mathematics. This method improves intuition of students, awakens their curiosity, avoids memorizing useless formulas, and put concepts in a historical prospective. To illustrate we show how diagonalizing quadratic forms, elliptic integrals, discriminants of high degree polynomials, and geometric constructions can be introduced successfully in high school level.

Mathematics Subject Classes 2010: 94B05; 97A30; 97C70; 97D40

Keywords: mathematics education; teaching methods; mathematics curriculum

1. HYRJE

Programet mësimore të matematikës gjithmonë kanë shkaktuar diskutime jo vetëm mbi përmbajtjen e tyre, por edhe mbi këndvështrimin pedagogjik, psikologjik, dhe filozofik që duhet të kenë programe të tilla. Diskutime këto që kanë ndodhur jo vetëm në vendin tonë, por në gjithë vendet e tjera. Pikat kryesore të diskutimit janë të njëjta pothuajse në gjithë vendet e botës dhe përmbledhen në përgjigjen e pyetjes që vijon: Cili është qëllimi apo objektivi i programit të matematikës në arsimin 12-vjeçar?

Pyetja kjo që ka përgjigje të ndryshme të cilat varen kryesisht nga politikat arsimore të çdo vendi. Pak a shumë përgjigjet përmbledhen si më poshtë:

- Të pregatisë nxënës me një formim të përgjithshëm matematik për të përballuar me sukses sfidat e jetës. Këtu futet kryesisht grupi i nxënësve për të cilët njohuritë matematike nuk përbëjnë bazën e profesionit të tyre.
- Të pregatisë nxënës me një formimin e nevojshëm matematik për studentët e shkencave dhe inxhinjerive. Këtu futet kryesisht grupi i nxënësve për të cilët njohuritë matematike do të jenë baza e profesionit të tyre.

English title: **Teaching of mathematics through classical problems.**

The first author taught mathematics in middle school and high school in Albania during the period 1960-1995. In 1996, he was awarded the medal "Mësues i popullit" from the President of Albania for his services in teaching, the highest award awarded in teaching in Albania.

- Të përgatisë matematikanët e ardhshëm apo mësuesit e ardhshëm të matematikës.

Zakonisht sisteme të ndryshme arsimore përpiqen që të realizojnë të tre këto objektiva, pavarësisht se metodat dhe rruga ndryshon sipas vendeve të ndryshme. Duhet theksuar se tashmë edhe tek profesionet ku roli i matematikës konsiderohet minimal si shkencat shoqërore, mjekësore, juridike, roli i matematikës në dekadat e fundit është rritur në mënyrë të konsiderueshme falë rolit të statistikës, "big data", aplikimeve të matematikës në mjekësi, në shkencat biologjike, etj.

Nga ana pedagogjike diskutimi kryesor është se cila është rruga më e mirë për të realizuar këto objektiva? Në këtë artikull modest, ne do të përpiqemi të sygjerojmë disa ide se si të rrisim efektivitetin e mësimdhënies në orën e matematikës.

Idea kryesore e këtij artikulli është që mësimdhënia e matematikës duhet të bëhet nëpërmjet problemeve klasike që kanë zhvilluar matematikën si shkencë dhe historia e zhvillimit të matematikës duhet të jetë pjesë e mësimdhënies. Kjo i jep matematikës jetë në klasë dhe e bën të jetë diçka më shumë se një grup formulash të thata. Për më tepër kjo motivon konceptet bazë dhe u jep nxënësve një arsye më shumë përse këto koncepte janë të rëndësishme dhe duhen mësuar.

Në procesin e studimit të literaturës së këtij artikulli ne zbuluam një sasi të konsiderueshme artikujsh të tjerë që kanë mështetur këtë ide. Më i njohuri dhe më i përkushtuari pas kësaj ideje është Felix Klein në [20–27]. Filozofia e Klein ka dominuar pedagogjinë e matematikës në fillimet e shekullit të XX, megjithëse mund të themi se implementimi i kësaj filozofie në masë lë shumë për të dëshiruar. Këto shënime janë organizuar si më poshtë:

Në Kreun 2, ne japim një përshkrim të shkurtër të disa problemeve dhe koncepteve ku një mësues i talentuar mund të zgjerohet më shumë në program dhe si pasojë të lerë një mbresë të thellë në formimin matematik të nxënësve. Ne nuk pretendojmë se lista e problemeve që ne sygjerojmë është e plotë. Një listë e tillë mund të plotësohet më tepër duket pasur parasysh eksperiencat individuale të secilit mësues dhe grupin e nxënësve.

2. NJË VËSHTRIM I SHKURTËR MBI DISA PROBLEME TË VEÇANTA NË PROGRAMIN E MATEMATIKËS

For single references use [20].

REFERENCES

- [1] Andrew N. Aheart, *Mathematical Education Notes: The Mathematics Curriculum of the Junior Colleges, Colleges, and Universities in West Virginia 1962-63*, Amer. Math. Monthly **71** (1964), no. 1, 82–85. MR1532491
- [2] V. I. Arnold, *Lectures and problems: a gift to young mathematicians*, MSRI Mathematical Circles Library, vol. 17, Mathematical Sciences Research Institute, Berkeley, CA; American Mathematical Society, Providence, RI, 2015. Translated by Dmitry Fuchs and Mark Saul, with a preface by Saul. MR3409220
- [3] E. G. Begle, *Mathematical Education Notes: Remarks on the Memorandum "On the Mathematics Curriculum of the High School"*, Amer. Math. Monthly **69** (1962), no. 5, 425–426. MR1531691
- [4] L. Beshaj, T. Shaska, and E. Zhupa, *The case for superelliptic curves*, Advances on superelliptic curves and their applications, 2015, pp. 1–14. MR3525570
- [5] Lubjana Beshaj, *Reduction theory of binary forms*, Advances on superelliptic curves and their applications, 2015, pp. 84–116. MR3525574

- [6] ———, *Integral binary forms with minimal height*, ProQuest LLC, Ann Arbor, MI, 2016. Thesis (Ph.D.)—Oakland University. [MR3579531](#)
- [7] Lubjana Beshaj, Artur Elezi, and Tony Shaska, *Theta functions of superelliptic curves*, Advances on superelliptic curves and their applications, 2015, pp. 47–69. [MR3525572](#)
- [8] Lubjana Beshaj, Tony Shaska, and Eustrat Zhupa (eds.), *Advances on superelliptic curves and their applications*, NATO Science for Peace and Security Series D: Information and Communication Security, vol. 41, IOS Press, Amsterdam, 2015. Including papers based on the NATO Advanced Study Institute (ASI) on Hyperelliptic Curve Cryptography held in Ohrid, August 25–September 5, 2014. [MR3495135](#)
- [9] David Dennis, *Historical perspectives for the reform of mathematics curriculum: Geometric curve drawing devices and their role in the transition to an algebraic description of functions*, ProQuest LLC, Ann Arbor, MI, 1995. Thesis (Ph.D.)—Cornell University. [MR2692321](#)
- [10] J. William Drew, *Mathematical Education Notes: The Mathematics Curriculum in the Small College*, Amer. Math. Monthly **69** (1962), no. 7, 664. [MR1531789](#)
- [11] H. F. Fehr, *Mathematical Education Notes: Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study*, Amer. Math. Monthly **73** (1966), no. 5, 533. [MR1533801](#)
- [12] H. F. Fehr and James Fey, *Mathematical Education: The Secondary School Mathematics Curriculum Improvement Study*, Amer. Math. Monthly **76** (1969), no. 10, 1132–1137. [MR1535690](#)
- [13] Joseph Lowell Garrison, *The evaluation of a probabilistic intuition supplement to the secondary mathematics curriculum*, ProQuest LLC, Ann Arbor, MI, 1997. Thesis (Ph.D.)—Georgia State University. [MR2695669](#)
- [14] Masha Gessen, *Perfect rigor*, Houghton Mifflin Harcourt, Boston, MA, 2009. A genius and the mathematical breakthrough of the century. [MR2598223](#)
- [15] James Henkelman, *Mathematical Education Notes: Effecting Mathematics Curriculum Change in the Secondary School*, Amer. Math. Monthly **72** (1965), no. 8, 895–897. [MR1533427](#)
- [16] Peter J. Hilton, *The emphasis on applied mathematics today and its implications for the mathematics curriculum*, New directions in applied mathematics (Cleveland, Ohio, 1980), 1982, pp. 155–163. [MR661288](#)
- [17] Robert E. Horton, *Learning Theories and the Mathematics Curriculum*, Math. Mag. **33** (1959), no. 2, 79–98. [MR1571005](#)
- [18] Dae-Heung Jang and Hyo-Jeong Lee, *A study on probability and statistics education in Practical mathematics and Mathematics I textbooks according to the 7th national mathematics curriculum in Korea*, Korean J. Appl. Statist. **18** (2005), no. 2, 453–469. [MR2119590](#)
- [19] Gaston Julia, *Étude sur les formes binaires non quadratiques à indéterminées réelles, ou complexes, ou à indéterminées conjuguées*, NUMDAM, [place of publication not identified], 1917. [MR3532882](#)
- [20] F. Klein, *Famous problems of elementary geometry. The duplication of the cube, the trisection of an angle, the quadrature of the circle*, Dover Publications, Inc., New York, 1956. [MR0076336](#)
- [21] Felix Klein, *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint. Vol. I. Arithmetic, Algebra, Analysis*, Dover Publications, New York, N. Y., 1945. [MR0015349](#)
- [22] ———, *Elementary mathematics from an advanced standpoint. Arithmetic-algebra-analysis*, Dover Publications, Inc., New York, N. Y., 1953. Translated by E. R. Hedrick and C. A. Noble. [MR0055397](#)
- [23] ———, *Lectures on the icosahedron and the solution of equations of the fifth degree*, revised, Dover Publications, Inc., New York, N.Y., 1956. Translated into English by George Gavin Morrice. [MR0080930](#)
- [24] ———, *Development of mathematics in the 19th century*, Lie Groups: History, Frontiers and Applications, IX, Math Sci Press, Brookline, Mass., 1979. With a preface and appendices by Robert Hermann, Translated from the German by M. Ackerman. [MR549187](#)
- [25] ———, *Elementary mathematics from an advanced standpoint*, Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 2004. Arithmetic, algebra, analysis, Translated from the third German edition by E. R. Hedrick and C. A. Noble, Reprint of the 1932 translation. [MR2098410](#)
- [26] ———, *Elementary mathematics from a higher standpoint. Vol. II. Geometry*, Springer-Verlag, Berlin, 2016. Translated from the fourth (1926) German edition by Gert Schubring. [MR3495524](#)

- [27] ———, *Elementary mathematics from a higher standpoint. Vol. III*, Springer-Verlag, Berlin, 2016. Precision mathematics and approximation mathematics, Translated from the third (1928) German edition by Marta Menghini in collaboration with Anna Baccaglioni-Frank, Mathematical advisor for the English translation: Gert Schubring, With prefaces to previous editions by Conrad Heinrich Mäijller and Fritz Seyfarth. MR3495525
- [28] Vishwanath Krishnamoorthy, Tanush Shaska, and Helmut Völklein, *Invariants of binary forms*, Progress in Galois theory, 2005, pp. 101–122. MR2148462
- [29] Kimberly Elizabeth Long, *Statistics in the high school mathematics curriculum: Is the curriculum preparing students to be quantitatively literate?*, ProQuest LLC, Ann Arbor, MI, 1998. Thesis (Ph.D.)—The American University. MR2698592
- [30] Kenneth O. May, *Mathematical Education: History in the Mathematics Curriculum*, Amer. Math. Monthly **81** (1974), no. 8, 899–901. MR1537517
- [31] Fred S. Roberts, *The introductory mathematics curriculum: misleading, outdated, and unfair*, College Math. J. **15** (1984), no. 5, 383–399. With responses. MR767867
- [32] T. Shaska, *Algjebra abstrakte*, AulonaPress, 2011.
- [33] ———, *Algjebra Lineare*, AulonaPress, 2011.
- [34] ———, *Kalkulus*, Vol. 2, AulonaPress, 2012.
- [35] T. Shaska and L. Beshaj, *The arithmetic of genus two curves*, Information security, coding theory and related combinatorics, 2011, pp. 59–98. MR2963126
- [36] ———, *Heights on algebraic curves*, Advances on superelliptic curves and their applications, 2015, pp. 137–175. MR3525576
- [37] Tanush Shaska, *Some open problems in computational algebraic geometry*, Albanian J. Math. **1** (2007), no. 4, 297–319. MR2367221
- [38] Roland J. K. Stowasser, *History of science—a critical and constructive tool for the mathematics curriculum*, Mathematical papers given on the occasion of Ernst Mohr’s 75th birthday, 1985, pp. 251–270. With an appendix by Stowasser and Trygve Breiteig. MR809008
- [39] Alfred J. van der Poorten, *A note on NUCOMP*, Math. Comp. **72** (2003), no. 244, 1935–1946 (electronic). MR1986813
- [40] R. L. Wilder, *History in the mathematics curriculum: Its status, quality, and function*, Amer. Math. Monthly **79** (1972), 479–495. MR0297501

48619 STONERIDGE DR, NORTHVILLE, MI 48168

E-mail address: bshaska@risat.org

DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND STATISTICS, OAKLAND UNIVERSITY, 368 MATHEMATICS SCIENCE CENTER, ROCHESTER MI 48309-4479

E-mail address: shaska@oakland.edu